【ＳＫ数式】

(1) $\displaystyle\int_0^1 \frac{\boldsymbol{4x-1}}{\boldsymbol{2x^2+5x+2}}\boldsymbol{dx}$

(2) $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\boldsymbol{\sin 4x}}{\boldsymbol{\sin x}}\boldsymbol{dx}$　　(3) $\displaystyle\int_1^e \frac{\boldsymbol{\log_e x}}{\boldsymbol{x}}\boldsymbol{dx}$

(1) $\displaystyle\frac{4x-1}{2x^2+5x+2}=\frac{4x-1}{(x+2)(2x+1)}$

$\displaystyle=\frac{3(2x+1)-2(x+2)}{(x+2)(2x+1)}$

$\displaystyle\int_0^1 \frac{4x-1}{2x^2+5x+2}dx=\int_0^1\left(\frac{3}{x+2}-\frac{2}{2x+1}\right)dx$

$\displaystyle=\left[3\log(x+2)-2\cdot\frac{1}{2}\log(2x+1)\right]_0^1$

$=(3\log 3-\log 3)-(3\log 2-0)$

$\boldsymbol{=2\log 3-3\log 2}$

(2) $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 4x}{\sin x}dx=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{2\sin 2x\cos 2x}{\sin x}dx$

$\displaystyle=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} 4\cos x\cos 2x\,dx=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} 2(\cos 3x+\cos x)dx$

$\displaystyle=2\left[\frac{1}{3}\sin 3x+\sin x\right]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}$

$\displaystyle=\frac{2}{3}\left(-1+3-\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{3}{\sqrt{2}}\right)=\boldsymbol{\frac{4}{3}(1-\sqrt{2})}$

(3) $\displaystyle\int_1^e \frac{\log_e x}{x}dx=\left[\frac{1}{2}(\log_e x)^2\right]_1^e=\frac{1}{2}(1^2-0^2)$

$\displaystyle=\boldsymbol{\frac{1}{2}}$

(1) $\displaystyle\int_0^5\sqrt{|x-4|}\,dx$　　(2) $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{2}{3}\pi}|\sin\theta|\,d\theta$

(1) $\displaystyle\int_0^5\sqrt{|x-4|}\,dx$　　(2) $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{2}{3}\pi}|\sin\theta|\,d\theta$

$F(x)=\int f(x)dx$ について $F(g(t))=\int (g(t))\,g'(t)dt$

よって $\displaystyle\int_a^b f(x)dx=\Big[F(x)\Big]_a^b=\Big[F(g(t))\Big]_\alpha^\beta=\int_\alpha^\beta f(g(t))\,g'(t)dt$……①

$\displaystyle\int_0^2 x^3\sqrt{4-x^2}\,dx$　$4-x^2=t,$　$-2x\,dx=dt$

作成日時：09.12.18　15:04
更新日時：09.12.18　15:04
印字データ名：ＳＵＢＵＮ０２（0001）
コメント　：
文書名　　：ＳＵＢＵＮ０２
出力形式　：カラー出力(ブラック版)

【ＳＫ数式】

(1) $\displaystyle \boldsymbol{\int_0^1 \frac{4x-1}{2x^2+5x+2}dx}$

(2) $\displaystyle \boldsymbol{\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 4x}{\sin x}dx}$　　(3) $\displaystyle \boldsymbol{\int_1^e \frac{\log_e x}{x}dx}$

(1) $$\frac{4x-1}{2x^2+5x+2}=\frac{4x-1}{(x+2)(2x+1)}$$
$$=\frac{3(2x+1)-2(x+2)}{(x+2)(2x+1)}$$
$$\int_0^1 \frac{4x-1}{2x^2+5x+2}dx=\int_0^1\left(\frac{3}{x+2}-\frac{2}{2x+1}\right)dx$$
$$=\left[3\log(x+2)-2\cdot\frac{1}{2}\log(2x+1)\right]_0^1$$
$$=(3\log 3-\log 3)-(3\log 2-0)$$
$$=\boldsymbol{2\log 3-3\log 2}$$

(2) $$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin 4x}{\sin x}dx=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{2\sin 2x\cos 2x}{\sin x}dx$$
$$=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}4\cos x\cos 2x\,dx=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}2(\cos 3x+\cos x)dx$$
$$=2\left[\frac{1}{3}\sin 3x+\sin x\right]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}$$
$$=\frac{2}{3}\left(-1+3-\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{3}{\sqrt{2}}\right)=\boldsymbol{\frac{4}{3}(1-\sqrt{2})}$$

(3) $$\int_1^e\frac{\log_e x}{x}dx=\left[\frac{1}{2}(\log_e x)^2\right]_1^e=\frac{1}{2}(1^2-0^2)$$
$$=\boldsymbol{\frac{1}{2}}$$

(1) $\displaystyle \int_0^5\sqrt{|x-4|}\,dx$　　(2) $\displaystyle \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{2}{3}\pi}|\sin\theta|\,d\theta$

(1) $\displaystyle \int_0^5\sqrt{|x-4|}\,dx$　　(2) $\displaystyle \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{2}{3}\pi}|\sin\theta|\,d\theta$

$F(x)=\int f(x)dx$ について $F(g(t))=\int (g(t))\,g'(t)dt$

よって $\displaystyle \int_a^b f(x)dx=\Big[F(x)\Big]_a^b=\Big[F(g(t))\Big]_\alpha^\beta=\int_\alpha^\beta f(g(t))\,g'(t)dt$……①

$$=\int_4^0 (4-t)\sqrt{t}\left(-\frac{1}{2}\,dt\right)=\int_4^0\left(2t^{\frac{1}{2}}-\frac{t^{\frac{3}{2}}}{2}\,dt\right)$$

$$=\left[\frac{4}{3}t^{\frac{3}{2}}-\frac{1}{5}t^{\frac{5}{2}}\right]_0^4=\frac{32}{3}-\frac{32}{5}=\frac{64}{15}$$

$$\frac{A}{B}\times\frac{C}{D}=\frac{AC}{BD}$$

$$\tan A=\frac{\sin A}{\cos A}=\frac{24}{25}\div\frac{7}{25}=\frac{24}{7}$$

$$\frac{12x^2+6xy}{9x^2y}=\frac{6x(2x+y)}{9x^2y}$$

$$\frac{3x^2+2x+4}{x^2+2}=\frac{3+\frac{2}{x}+\frac{4}{x^2}}{1+\frac{2}{x^2}}$$

$$\frac{\frac{\frac{\frac{P}{O}}{M-N}}{K+L}}{\frac{\frac{G+H-I+J}{D+E-F}}{\frac{B+C}{A}}}$$

$$(a^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}\times a^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{1}{4}}\times a^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{1}{4}+\frac{1}{2}}$$

$$y=\log_{\frac{1}{2}}x$$

$$x^{\frac{1}{n-m}}\neq x^{\frac{1}{n}-\frac{1}{m}}$$

$$h^{\frac{x^2}{x^2\div 2x+1}}=h^{\left(\frac{x}{x+1}\right)^2}$$

$$S^{\frac{-x_1-a_1{}^2+x_n-a_n{}^2}{4a^2t-2}+\frac{x^n}{a^2}}$$

$$\sqrt{2},\ \sqrt{2^2},\ \sqrt{\sqrt{2}},\ \sqrt{\sqrt{2^2}}$$

$$\sqrt[2]{4},\ \sqrt[3]{8},$$

$$\frac{(\sqrt[6]{5})^5}{\sqrt{\sqrt{125}}}=\frac{\sqrt[6]{5^5}}{\sqrt[6]{125}}=\sqrt[6]{\frac{5^5}{5^3}}=\sqrt{5^2}=\sqrt[6]{3}$$

$$i^{\sqrt{\alpha_1{}^2+\beta_1{}^2+1}x}$$

$$k^{\sqrt{\frac{x^2}{x^2+2x+1}}}=k^{\frac{x}{x+1}}$$

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{a_k(a_k+d)}=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{d}\left\{\frac{1}{a_k}-\frac{1}{(a_k+d)}\right\}$$

$$\lim_{\varDelta x\to 0}\sum_{i=1}^{n}L_i\varDelta x_i=\lim\sum_{i=1}^{n}G_i\varDelta x_i=\int f(x)dx$$

$$\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{OA}}-\overline{\mathrm{OB}}=(-x_1)-(-x_2)=x_2-x_1$$

$$\int_0^2 x^3\sqrt{4-x^2}\,dx \quad 4-x^2=t,\quad -2x\,dx=dt$$

$$=\int_4^0 (4-t)\sqrt{t}\left(-\frac{1}{2}\,dt\right)=\int_4^0\left(2t^{\frac{1}{2}}-\frac{t^{\frac{3}{2}}}{2}\,dt\right)$$

$$=\left[\frac{4}{3}t^{\frac{3}{2}}-\frac{1}{5}t^{\frac{5}{2}}\right]_0^4=\frac{32}{3}-\frac{32}{5}=\frac{64}{15}$$

$$\frac{A}{B}\times\frac{C}{D}=\frac{AC}{BD}$$

$$\tan A=\frac{\sin A}{\cos A}=\frac{24}{25}\div\frac{7}{25}=\frac{24}{7}$$

$$\frac{12x^2+6xy}{9x^2y}=\frac{6x(2x+y)}{9x^2y}$$

$$\frac{3x^2+2x+4}{x^2+2}=\frac{3+\dfrac{2}{x}+\dfrac{4}{x^2}}{1+\dfrac{2}{x^2}}$$

$$\frac{\dfrac{\dfrac{P}{O}}{\dfrac{M-N}{K+L}}}{\dfrac{\dfrac{G+H-I+J}{D+E-F}}{\dfrac{B+C}{A}}}$$

$$(a^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}\times a^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{1}{4}}\times a^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{1}{4}+\frac{1}{2}}$$

$$y=\log_{\frac{1}{2}}x$$

$$x^{\frac{1}{n-m}}\neq x^{\frac{1}{n}-\frac{1}{m}}$$

$$h^{\frac{x^2}{x^2\div 2x+1}}=h^{(\frac{x}{x+1})^2}$$

$$S^{\frac{-x_1-a_1^2+x_n-a_n^2}{4a^2t-2}+\frac{x^n}{a^2}}$$

$$\sqrt{2},\ \sqrt{2^2},\ \sqrt{\sqrt{2}},\ \sqrt{\sqrt{2^2}}$$

$$\sqrt[2]{4},\ \sqrt[3]{8},$$

$$\frac{(\sqrt[6]{5})^5}{\sqrt{\sqrt{125}}}=\frac{\sqrt[6]{5^5}}{\sqrt[6]{125}}=\sqrt[6]{\frac{5^5}{5^3}}=\sqrt{5^2}=\sqrt[6]{3}$$

$$i^{\sqrt{\alpha_1^2+\beta_1^2+1}x}$$

$$k\sqrt{\frac{x^2}{x^2+2x+1}}=k^{\frac{x}{x+1}}$$

三平方の定理

1　(1) $x=5$　(2) $x=8$　(3) $x=12$
(4) $x=50$　(5) $x=\sqrt{7}$　(6) $x=5\sqrt{2}$
(7) $x=10$　(8) $x=34$　(9) $x=5\sqrt{5}$

2　(1) 20 cm　(2) 15 cm

3　㋐ $\frac{1}{2}(a+b)^2$　㋑ ab　㋒ $\frac{1}{2}c^2$

4　㋐ △ABJ　㋑ △ADC　㋒ △ADH
㋓ △ADH　㋔ ADKH　㋕ BEKH
㋖ ADEB

5　(1) ㋑，㋒，㋔
(2) $20^2+21^2=841$，$29^2=841$ だから，
$AB^2+AC^2=BC^2$
よって，△ABC は，∠A＝90° の直角三角形である。

6　(1)① 3 辺をそれぞれ 2 乗すると，
$(2\sqrt{x})^2=4x$，$(x-1)^2=x^2-2x+1$，
$(x+1)^2=x^2+2x+1$
$(2\sqrt{x})^2+(x-1)^2=x^2+2x+1$
よって，$(2\sqrt{x})^2+(x-1)^2=(x+1)^2$
ゆえに，直角三角形である。
(2) 3 辺をそれぞれ 2 乗すると，
$(m^2-n^2)^2=m^4-2m^2n^2+n^4$
$(2mn)^2=4m^2n^2$
$(m^2+n^2)^2=m^4+2m^2n^2+n^4$
$(m^2-n^2)^2+(2mn)^2=m^4+2m^2n^2+n^4$
よって，$(m^2-n^2)^2+(2mn)^2=(m^2+n^2)^2$
ゆえに，直角三角形である。
② $x=12$
【解説】　(2) $(x-3)^2+x^2=(x+3)^2$，$x>0$ より，$x=12$

7　(1) A と C を結ぶ。
△ABC で，三平方の定理より，
$AC^2=AB^2+BC^2=10^2+11^2=221$
また，$CD^2+DA^2=5^2+14^2=221$
△ACD で，$CD^2+DA^2=AC^2$ だから，
三平方の定理の逆より，∠ADC＝90°
(2) 90 cm²

〔練習問題〕

1　(1) $x=37$　(2) $x=\sqrt{5}$　(3) $x=16$
【解説】　(2) $5^2+4^2=41$，$x=\sqrt{41-6^2}=\sqrt{5}$
(3) $13^2-5^2=144$
$x=\sqrt{20^2-144}=16$

2　(1)① $8\sqrt{2}$ cm　(2) $\sqrt{85}$ cm
② $5\sqrt{2}$ cm　③ 7 cm　④ 15 cm
【解説】　(2) 1 辺の長さを x cm とすると，
$x^2+x^2=10^2$，$x>0$ より，$x=5\sqrt{2}$
(3) $\sqrt{25^2-24^2}=7$ (cm)
(4) 1 辺の長さを x cm とすると，
$x=\sqrt{\left(\frac{18}{2}\right)^2+\left(\frac{24}{2}\right)^2}=15$ (cm)

3　(1)① $4\sqrt{2}$ cm　② $4\sqrt{11}$ cm
② 2 cm　③ 96 cm²
【解説】　(1)② $AC=\sqrt{AH^2+CH^2}$
$=\sqrt{(4\sqrt{2})^2+(7+5)^2}=4\sqrt{11}$ (cm)
② 切り取る長さを x cm とすると，
$(8-x)^2+(10-x)^2=(12-x)^2$，$x=2$，10
$0<x<8$ だから，$x=2$
(3) 斜辺以外の 1 辺の長さを x cm とすると，
$x^2+(28-x)^2=20^2$，$x=12$，16
面積は，$\frac{1}{2}\times12\times16=96$ (cm²)

4　(1) 4 cm　(2) $5\sqrt{5}$ cm
【解説】　(1) $AP=\sqrt{10^2-8^2}=6$ (cm)
$PD=10-6=4$ (cm)
(2) △BCQ≡△BPQ だから，CQ＝PQ＝x cm とすると，△PQD で，
$x^2=(8-x)^2+4^2$，$x=5$
よって，$BQ=\sqrt{10^2+5^2}=5\sqrt{5}$ (cm)

三平方の定理と平面図形

1　(1) $x=7$，$y=7\sqrt{2}$　(2) $x=5$，$y=5\sqrt{3}$

2　(1) $x=2\sqrt{3}$，$y=2\sqrt{6}$　(2) $x=4\sqrt{3}$，$y=4\sqrt{2}$
(3) $x=12\sqrt{2}$，$y=8\sqrt{6}$　(4) $x=3\sqrt{2}$，$y=3\sqrt{6}$
【解説】　(2) $x=\frac{\sqrt{3}}{2}\times8=4\sqrt{3}$
$y=\sqrt{2}\times\left(\frac{1}{2}\times8\right)=4\sqrt{2}$

3　(1) $4\sqrt{3}$ cm　(2) $3\sqrt{3}$ cm
【解説】　(1) 対角線の長さは，$\sqrt{2}\times2\sqrt{6}=4\sqrt{3}$ (cm)
(2) 高さは，$\frac{\sqrt{3}}{2}\times6=3\sqrt{3}$ (cm)

4　(1) $5\sqrt{11}$ cm²　(2) 54 cm²　(3) $4\sqrt{3}$ cm²
(4) $27\sqrt{14}$ cm²　(5) $\frac{55}{2}$ cm²　(6) $80\sqrt{21}$ cm²
【解説】　(2) 三角形の高さは，
$\sqrt{(3\sqrt{13})^2-\left(\frac{1}{2}\times12\right)^2}=9$ (cm)
面積は，$\frac{1}{2}\times12\times9=54$ (cm²)
(3) 正三角形の高さは，$\frac{\sqrt{3}}{2}\times4=2\sqrt{3}$ (cm)　面積は，$\frac{1}{2}\times4\times2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$ (cm²)
〔別解〕　$\frac{\sqrt{3}}{4}\times4^2=4\sqrt{3}$ (cm²)

三平方の定理

$\boxed{1}$ (1)$x=5$　(2)$x=8$　(3)$x=12$
(4)$x=50$　(5)$x=\sqrt{7}$　(6)$x=5\sqrt{2}$
(7)$x=10$　(8)$x=34$　(9)$x=5\sqrt{5}$

$\boxed{2}$ (1)20 cm　(2)15 cm

$\boxed{3}$ ㋐$\frac{1}{2}(a+b)^2$　㋑ab　㋒$\frac{1}{2}c^2$

$\boxed{4}$ ㋐△ABJ　㋑△ADC　㋒△ADH
㋓△ADH　㋔ADKH　㋕BEKH
㋖ADEB

$\boxed{5}$ (1)㋑，㋒，㋔
(2)$20^2+21^2=841$，$29^2=841$ だから，
$AB^2+AC^2=BC^2$
よって，△ABC は，∠A=90° の直角三角形である。

$\boxed{6}$ (1)① 3 辺をそれぞれ 2 乗すると，
$(2\sqrt{x})^2=4x$，$(x-1)^2=x^2-2x+1$，
$(x+1)^2=x^2+2x+1$
$(2\sqrt{x})^2+(x-1)^2=x^2+2x+1$
よって，$(2\sqrt{x})^2+(x-1)^2=(x+1)^2$
ゆえに，直角三角形である。
(2) 3 辺をそれぞれ 2 乗すると，
$(m^2-n^2)^2=m^4-2m^2n^2+n^4$
$(2mn)^2=4m^2n^2$
$(m^2+n^2)^2=m^4+2m^2n^2+n^4$
$(m^2-n^2)^2+(2mn)^2=m^4+2m^2n^2+n^4$
よって，$(m^2-n^2)^2+(2mn)^2=(m^2+n^2)^2$
ゆえに，直角三角形である。
②$x=12$
【解説】 (2)$(x-3)^2+x^2=(x+3)^2$，$x>0$ より，$x=12$

$\boxed{7}$ (1)AとCを結ぶ。
△ABC で，三平方の定理より，
$AC^2=AB^2+BC^2=10^2+11^2=221$
また，$CD^2+DA^2=5^2+14^2=221$
△ACD で，$CD^2+DA^2=AC^2$ だから，
三平方の定理の逆より，∠ADC=90°
(2)90 cm^2

〔練習問題〕

$\boxed{1}$ (1)$x=37$　(2)$x=\sqrt{5}$　(3)$x=16$
【解説】 (2)$5^2+4^2=41$，$x=\sqrt{41-6^2}=\sqrt{5}$
(3)$13^2-5^2=144$
$x=\sqrt{20^2-144}=16$

$\boxed{2}$ (1)①$8\sqrt{2}$ cm　(2)$\sqrt{85}$ cm
②$5\sqrt{2}$ cm　③ 7 cm　④15 cm
【解説】 (2) 1 辺の長さを$x$cm とすると，
$x^2+x^2=10^2$，$x>0$ より，$x=5\sqrt{2}$
(3)$\sqrt{25^2-24^2}=7$ (cm)
(4) 1 辺の長さを$x$cm とすると，
$x=\sqrt{\left(\frac{18}{2}\right)^2+\left(\frac{24}{2}\right)^2}=15$ (cm)

$\boxed{3}$ (1)①$4\sqrt{2}$ cm　②$4\sqrt{11}$ cm
② 2 cm　③96 cm^2
【解説】 (1)②$AC=\sqrt{AH^2+CH^2}$
$=\sqrt{(4\sqrt{2})^2+(7+5)^2}=4\sqrt{11}$ (cm)
②切り取る長さを$x$cm とすると，
$(8-x)^2+(10-x)^2=(12-x)^2$，$x=2$，10
$0<x<8$ だから，$x=2$
(3)斜辺以外の 1 辺の長さを$x$cm とすると，
$x^2+(28-x)^2=20^2$，$x=12$，16
面積は，$\frac{1}{2}\times12\times16=96$ (cm^2)

$\boxed{4}$ (1) 4 cm　(2)$5\sqrt{5}$ cm
【解説】 (1)$AP=\sqrt{10^2-8^2}=6$ (cm)
PD=10−6=4 (cm)
(2)△BCQ≡△BPQ だから，CQ=PQ=$x$cm とすると，△PQD で，
$x^2=(8-x)^2+4^2$，$x=5$
よって，$BQ=\sqrt{10^2+5^2}=5\sqrt{5}$ (cm)

三平方の定理と平面図形

$\boxed{1}$ (1)$x=7$，$y=7\sqrt{2}$　(2)$x=5$，$y=5\sqrt{3}$

$\boxed{2}$ (1)$x=2\sqrt{3}$，$y=2\sqrt{6}$　(2)$x=4\sqrt{3}$，$y=4\sqrt{2}$
(3)$x=12\sqrt{2}$，$y=8\sqrt{6}$　(4)$x=3\sqrt{2}$，$y=3\sqrt{6}$
【解説】 (2)$x=\frac{\sqrt{3}}{2}\times8=4\sqrt{3}$
$y=\sqrt{2}\times\left(\frac{1}{2}\times8\right)=4\sqrt{2}$

$\boxed{3}$ (1)$4\sqrt{3}$ cm　(2)$3\sqrt{3}$ cm
【解説】 (1)対角線の長さは，$\sqrt{2}\times2\sqrt{6}=4\sqrt{3}$ (cm)
(2)高さは，$\frac{\sqrt{3}}{2}\times6=3\sqrt{3}$ (cm)

$\boxed{4}$ (1)$5\sqrt{11}$ cm^2　(2)54 cm^2　(3)$4\sqrt{3}$ cm^2
(4)$27\sqrt{14}$ cm^2　(5)$\frac{55}{2}$ cm^2　(6)$80\sqrt{21}$ cm^2
【解説】 (2)三角形の高さは，
$\sqrt{(3\sqrt{13})^2-\left(\frac{1}{2}\times12\right)^2}=9$ (cm)
面積は，$\frac{1}{2}\times12\times9=54$ (cm^2)
(3)正三角形の高さは，$\frac{\sqrt{3}}{2}\times4=2\sqrt{3}$ (cm)　面